SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

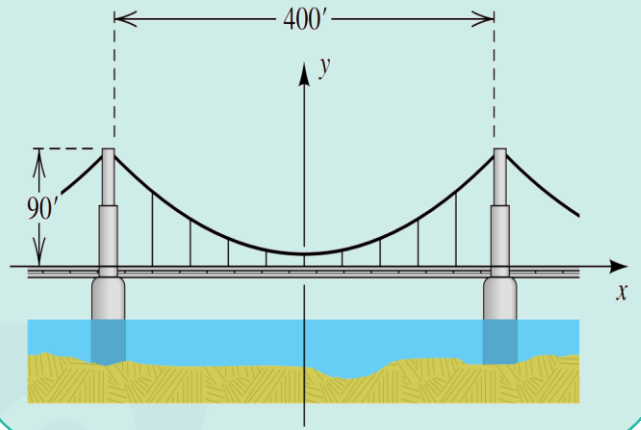
RAZ. MATEMÁTICO

TEMA: MÁXIMOS Y MÍNIMOS

Docente: José Churampi Rafael

Objetivos

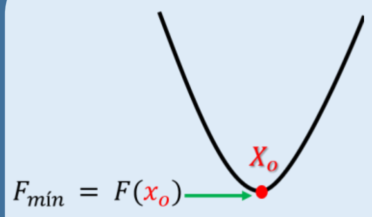
- Conocer y aplicar las diferentes formas prácticas para determinar el mínimo valor o máximo valor de ciertas expresiones matemáticas.



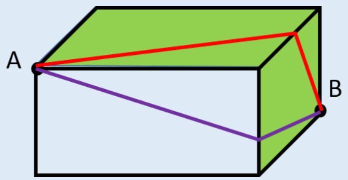
MÁXIMOS y MÍNIMOS

$$x + \frac{1}{x} \geq 2$$

APLICACIONES EN SITUACIONES ARITMÉTICAS



APLICACIONES EN SITUACIONES ALGEBRAICAS



APLICACIONES EN SITUACIONES GEOMÉTRICAS

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SITUACIONES ARITMÉTICAS

MEDIA ARITMÉTICA Y MEDIA GEOMÉTRICA:

En $\mathbb{R}^+$ consideramos la siguiente relación al momento de maximizar o minimizar expresiones matemáticas:

$$\underset{(\overline{MA})}{\text{media aritmética}} \geq \underset{(\overline{MG})}{\text{media geométrica}}$$

Caso particular

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad ; \quad x \in \mathbb{R}^+$$

"Todo valor real positivo al sumarse con su inverso siempre es mayor o igual a 2"

Aplicación 01:

Determine el mínimo valor de:

$$E = 2x + \frac{1}{x^2} \quad ; \quad x \in \mathbb{R}^+$$

A) 1 B) 2 ~~C) 3~~ D) 4 E) 5

Resolución:

Nos piden: El mínimo valor de E.

Del dato:

$$E = 2x + \frac{1}{x^2} = x + x + \frac{1}{x^2}$$

Aplicamos la relación:

$$\overline{MA} \geq \overline{MG}$$

$$\frac{x + x + \frac{1}{x^2}}{3} \geq \sqrt[3]{x.x.\frac{1}{x^2}}$$

$$\frac{E}{3} \geq 1$$

$$E \geq 3$$

$$E_{mínimo} = 3$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

CÁLCULO DEL PRODUCTO MÁXIMO CONOCIENDO LA SUMA:

Si $a;\ b;\ c;\ \dots;\ m$ son números reales positivos , tal que:

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\cdots+\boldsymbol{m}\ =\ \boldsymbol{S}$ (constante)

entonces **el máximo valor** de: $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}\times\ \dots\times\boldsymbol{m}$

se obtiene cuando: $\boldsymbol{a}\ =\ \boldsymbol{b}\ =\ \boldsymbol{c}\ =\ \dots=\ \boldsymbol{m}$

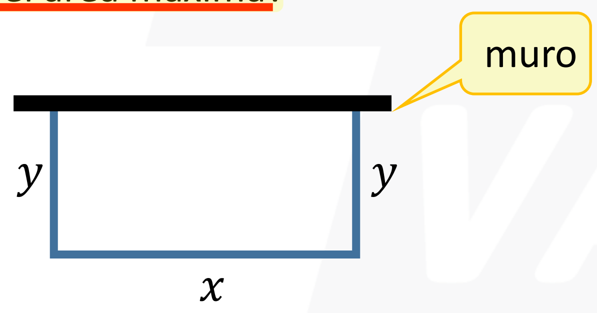
Por ejemplo:

Para economizar malla metálica, Pedro construye un corral rectangular utilizando uno de sus muros. Él emplea 24 m de malla metálica para cercar el corral. ¿Cuántos metros cuadrados tiene el corral si Pedro logró el área máxima?

Resolución:

Del enunciado:

Área $= xy$



Dato:

$$x + 2y = 24$$

$$12 \qquad 12$$

→ $x = 12$ $\quad y = 6$

Área(máx.) $= 12\times 6 = 72\ m^2$

CÁLCULO DE LA SUMA MÍNIMA CONOCIENDO EL PRODUCTO:

Si $a;\ b;\ c;\ \dots;\ m$ son números reales positivos , tal que:

$\boldsymbol{a}\ \times\ \boldsymbol{b}\ \times\boldsymbol{c}\ \times\cdots\times\ \boldsymbol{m}\ =\boldsymbol{P}$ (constante)

entonces **el mínimo valor** de: $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\ \dots+\boldsymbol{m}$

se obtiene cuando: $\boldsymbol{a}\ =\ \boldsymbol{b}\ =\ \boldsymbol{c}\ =\ \dots=\ \boldsymbol{m}$

Por ejemplo:

Halle el valor mínimo de A si $A = x + \frac{9}{x} + 2$, donde $x \in R^+$

Resolución:

Producto $= x.\frac{9}{x} = 9$

$$A = x \ +\ \frac{9}{x}\ +\ 2$$

$$A_{min} = 3\ +\ 3\ +\ 2$$

$$A_{min} = 8$$

SITUACIONES ALGEBRAICAS

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Forma general:

$$F(x) = ax^2 + bx + c \quad ; \quad a \neq 0$$

Para calcular el valor **máximo** o **mínimo** de $F(x)$ el valor de X_o es:

$$X_0 = \frac{-b}{2a}$$

es decir:

$$F_{mín} = F\left(\frac{-b}{2a}\right) \quad o \quad F_{máx} = F\left(\frac{-b}{2a}\right)$$

Aplicación 2

El contador de una empresa de comida rápida concluyó que los beneficios anuales para la empresa dependen del número de repartidores con los que cuenta; además, que estos beneficios se determinan según el siguiente modelo matemático $B(x) = -27x^2 + 1890x + 9831$, donde B(x) es el beneficio en soles anuales para x repartidores. ¿Cuántos repartidores ha de tener la empresa para que sus beneficios anuales sean máximos?

A) 32 B) 35 C) 36 D) 37 E) 38

Resolución:

Nos piden determinar el número de repartidores que debe tener la empresa para que sus beneficios sean máximos.

$$B(x) = -27x^2 + 1890x + 9831$$

x → El número de repartidores

$a = -27$ $\quad$ $b = 1890$

vemos que a < 0; entonces, la parábola se abre hacia abajo, y tendrá un valor máximo cuando se determinen las coordenadas del vértice en $x = \frac{-b}{2a}$

$$x = \frac{-(1890)}{2(-27)} = 35$$

El número de repartidores es **35**

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

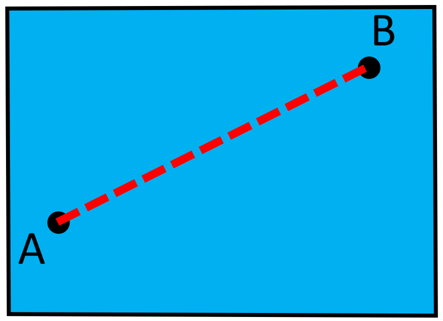
SITUACIONES GEOMÉTRICAS

Cálculo de la distancia mínima entre dos puntos

Debemos tener presente que, la distancia mas corta entre dos puntos es la línea recta que une a dichos puntos. Para poder observar el menor recorrido en un sólido se sugiere abrir la figura (realizar el desarrollo). Considerando que si el recorrido es mínimo, entonces se realizó en línea recta.

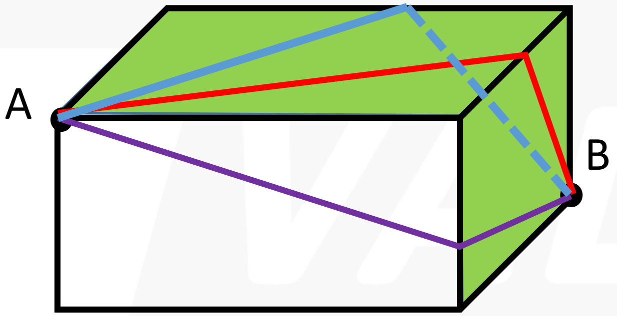
Veamos algunos casos:

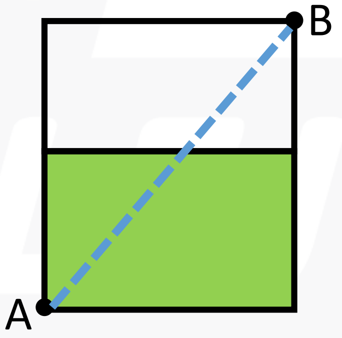
En un mismo plano



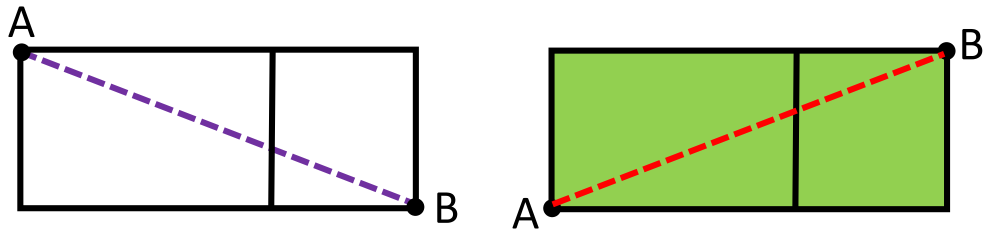
En planos diferentes

❖ En el paralelepípedo

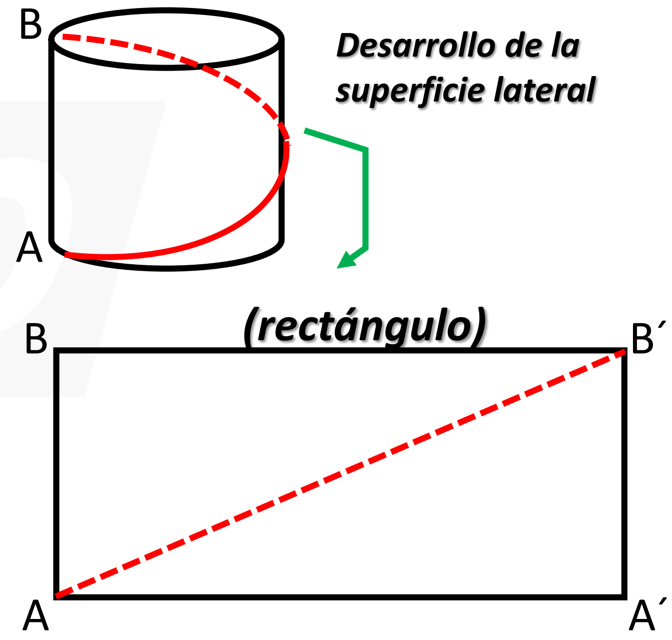




Existen tres posibilidades:

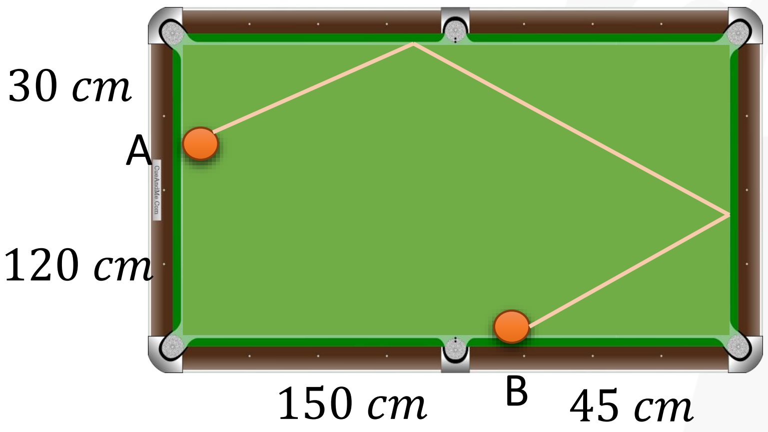


❖ En el cilindro



Aplicación 3:

El gráfico muestra una mesa de billar donde la bola de billar se ubica en el punto A y al ser golpeada realiza un recorrido para detenerse en B tal como se muestra en el gráfico .¿Cuál es la longitud del menor recorrido a realizar?



A) 2 m
B) 3 m
C) 5 m
D) 6 m
E) 4 m

Resolución:

Nos piden el menor recorrido hecho por la bola de billar

Para conseguir una línea recta que una A y B aplicamos **la simetría donde reubicaremos uno o ambos puntos.**

La longitud del menor recorrido es **3 m**

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe